

CIV6706A

Régulation de la circulation – Coordination des feux – partie 2



**POLYTECHNIQUE
MONTREAL**

LE GÉNIE
EN PREMIÈRE CLASSE

École Polytechnique de Montréal

Département des génies civil, géologique et des mines

Automne 2017

CHOIX DES DÉCALAGES

Problème **d'optimisation des bandes vertes** avec la fonction-coût suivante, pour n carrefours :

$$Z = \max \left(\left(\sum_{d=1}^k b_d \right)_1, \dots, \left(\sum_{d=1}^k b_d \right)_m \right)$$

où: b_d = est la largeur de la bande verte de la direction d
pour k directions de coordination
 $1 \dots m$ = sont les schémas possibles

SOLUTIONS D'OPTIMISATION

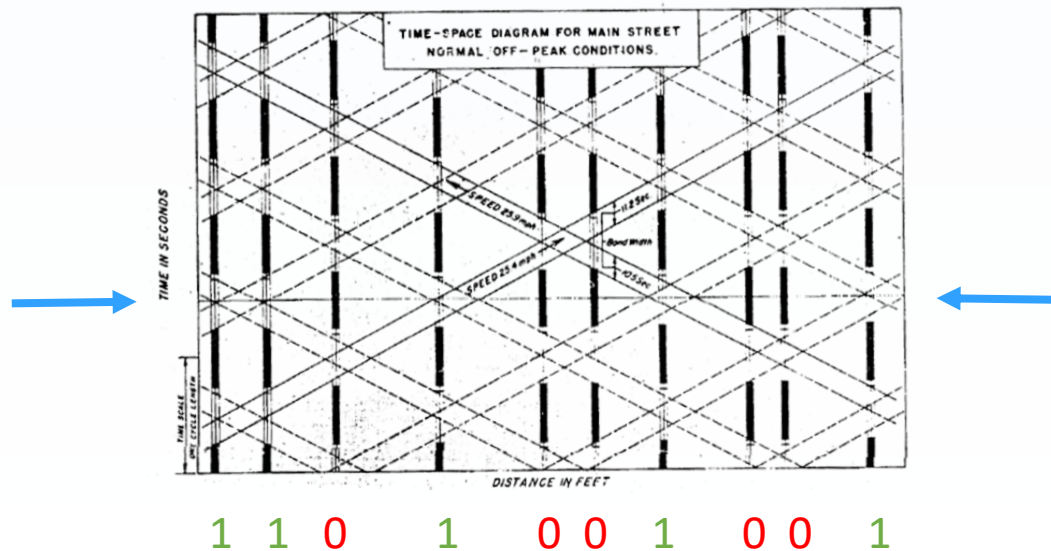
- Énumération (preuve par exhaustion)
- Essai et erreur (solution non-optimal)
- Solutions analytiques simplifiées appliquées
 - Algorithme de Little
 - Algorithme de Brooks
- Solutions numériques
 - Programmation (p.ex. programmation linéaire)
 - Méthodes itératives (p.ex. méthode de Newton)
 - Méthodes heuristiques (p.ex. algorithme génétique)

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Optimisation_\(math%C3%A9matiques\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Optimisation_(math%C3%A9matiques))

SIMPLIFICATION DES SCHÉMAS

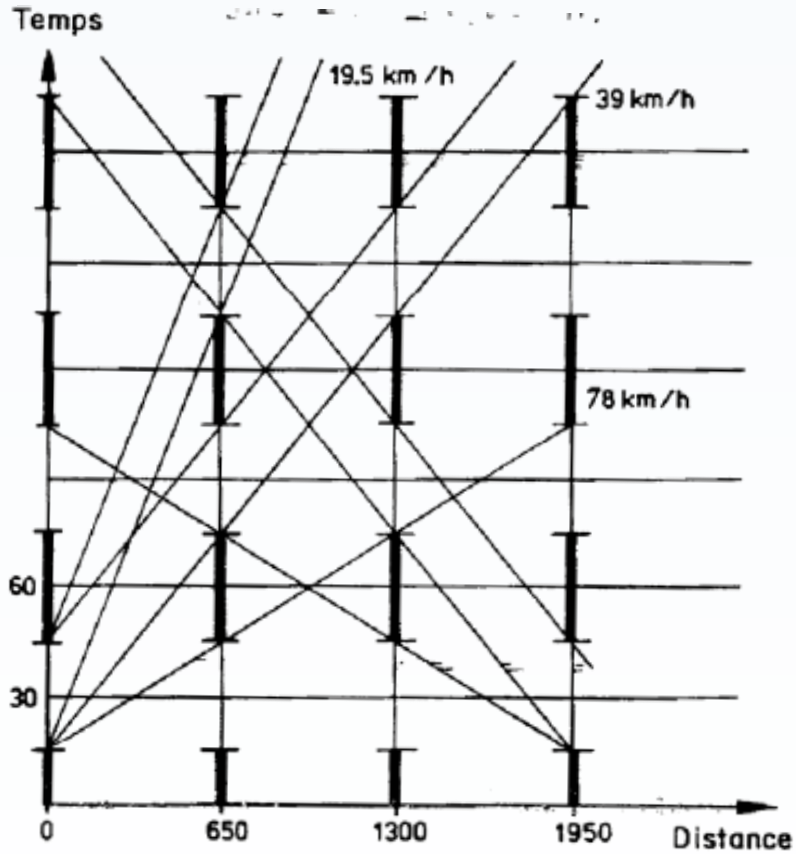
Les solutions analytiques simples sont possibles grâce à la simplification du spectre des décalages possibles:

- Choix entre le phasage simultané et alterne
 - Système binaire
 - Condition d'état **0 (hors phase)** ou **1 (en phase)**

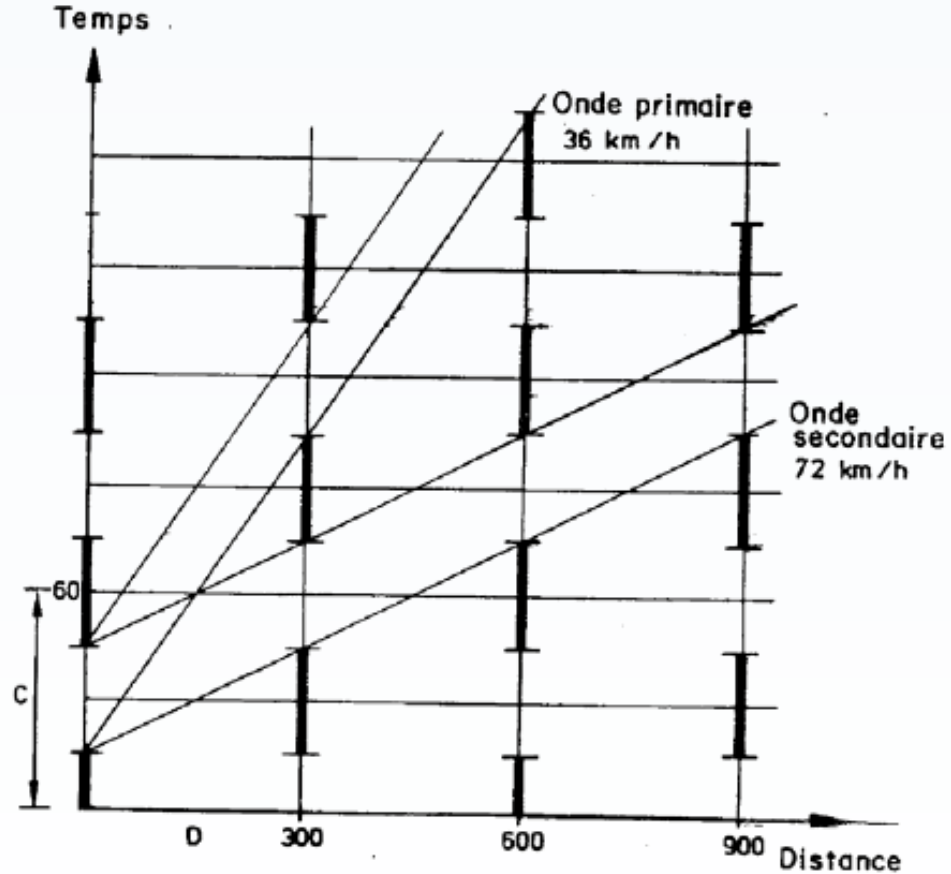


Système simultané

Système alterne



1 1 1 1

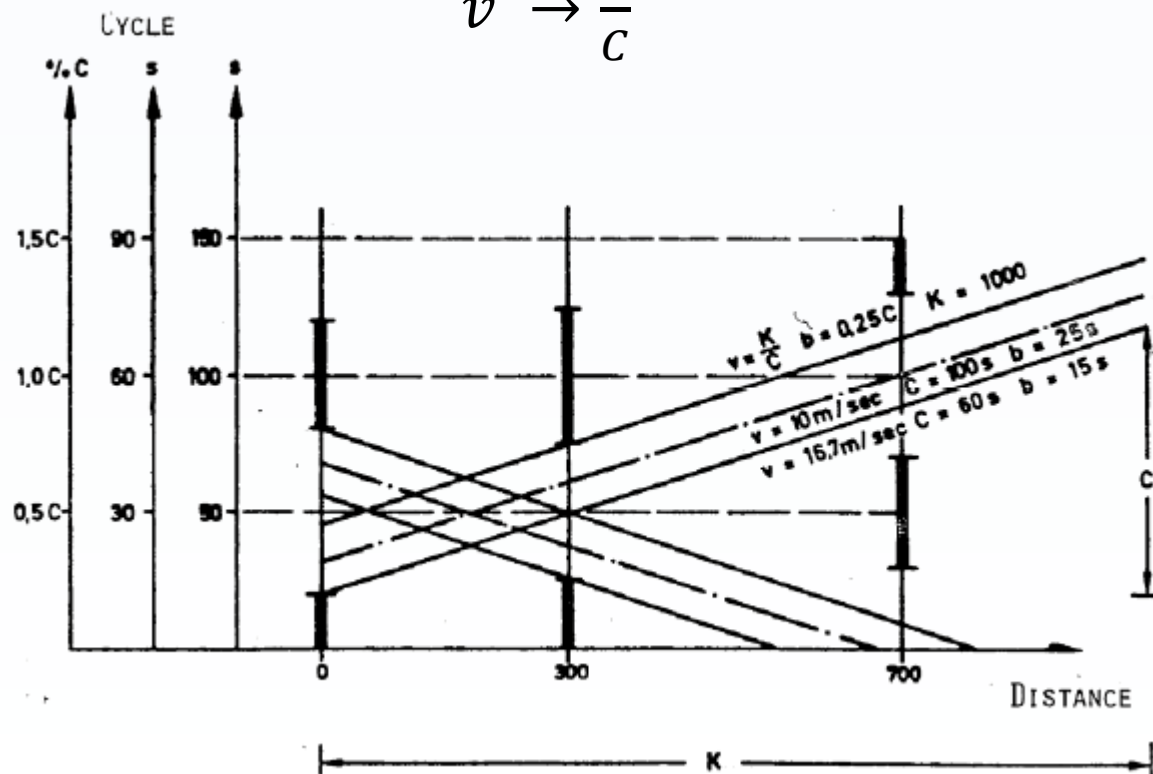


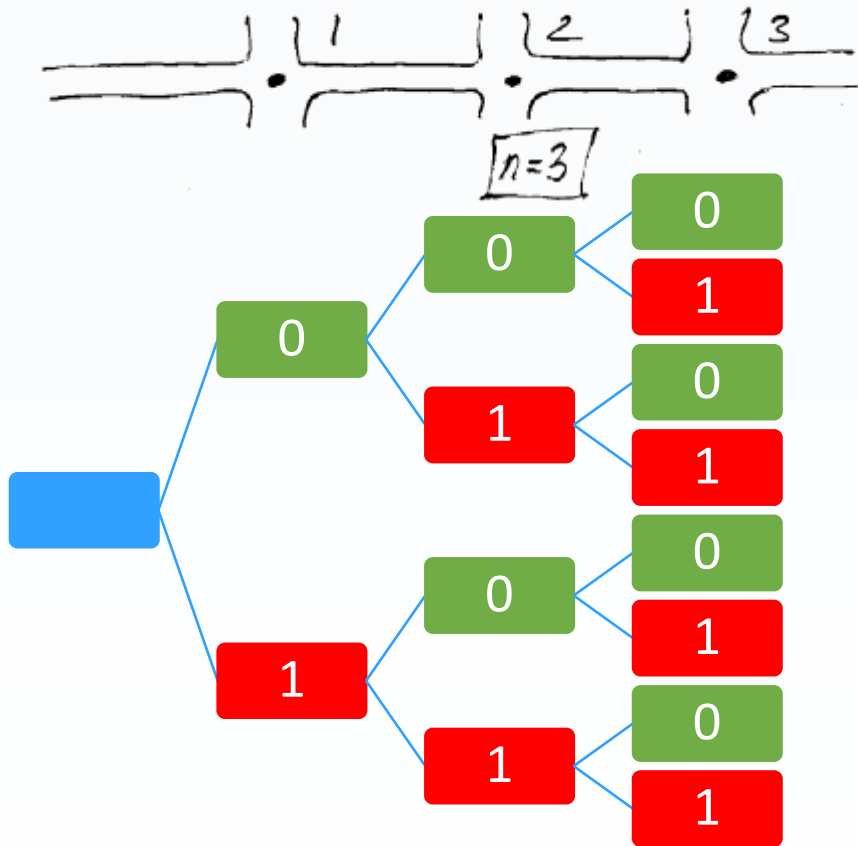
1 0 1 0

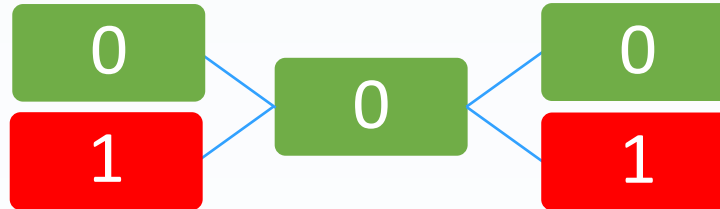
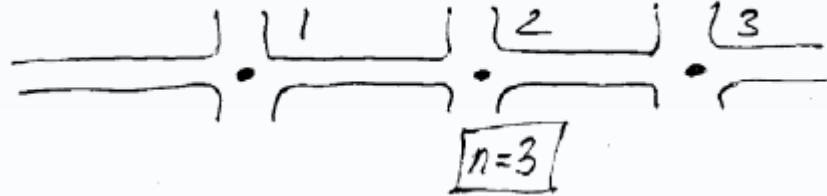
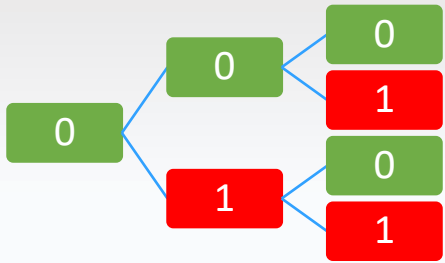
Une transformation de l'échelle de l'ordonnée change la vitesse de progression et la largeur absolue de la bande.

- Il est alors avantageux de travailler en **pourcentage du cycle**.

$$v \rightarrow \frac{k}{C}$$





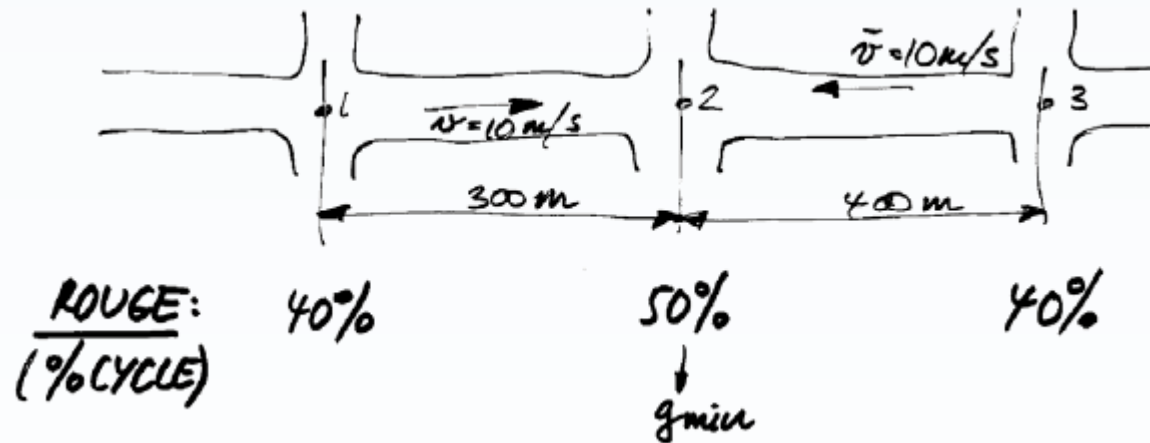


1	2	3	schéma
0	0	0	0 (simultané)
0	0	1	1
0	1	0	2 (alterne)
0	1	1	3

} 2^{n-1}

Nombre de feux	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20
Solutions possibles	2	4	8	16	32	64	128	256	512	524,288

EXEMPLE ÉNUMÉRATION



$$C = 60s$$

$$n = 3$$

$$2^{n-1} = 4 \text{ schémas}$$

$$b_{d_{\max}} \leq \min(g_i)$$

1	2	3	Schéma
0	0	0	0 (simultané)
0	0	1	1
0	1	0	2 (alterne)
0	1	1	3

Schéma 0, $b_{E_0} = 0\%$

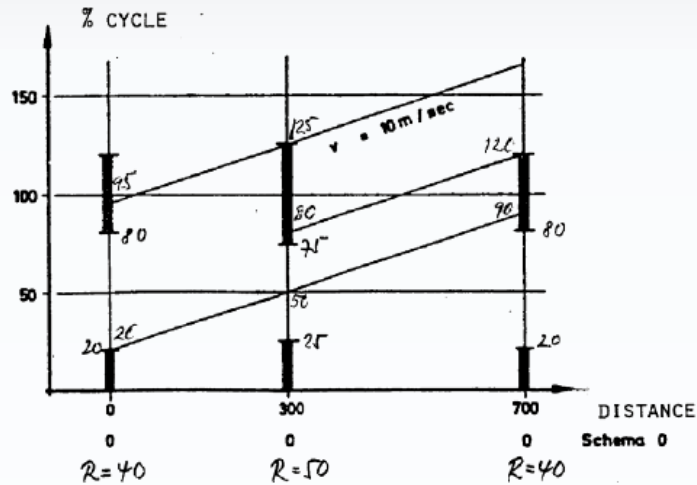


Schéma 1, $b_{E_1} = 25\%$

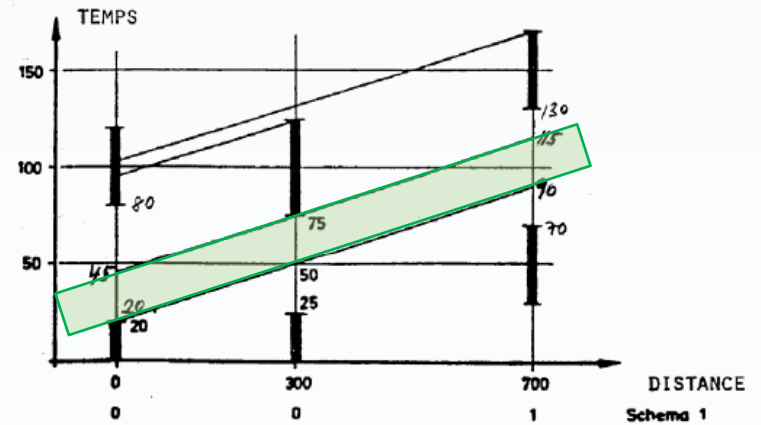


Schéma 2, $b_{E_2} = 30\%$

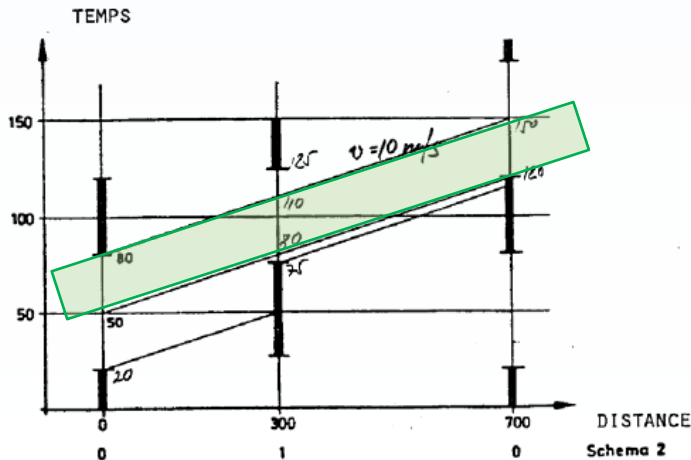
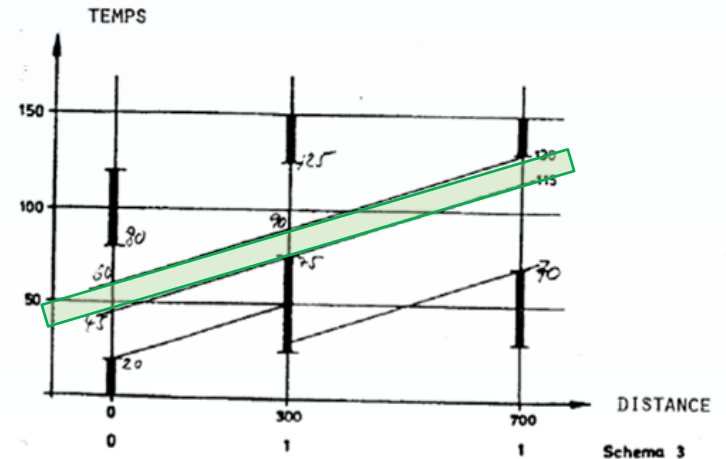
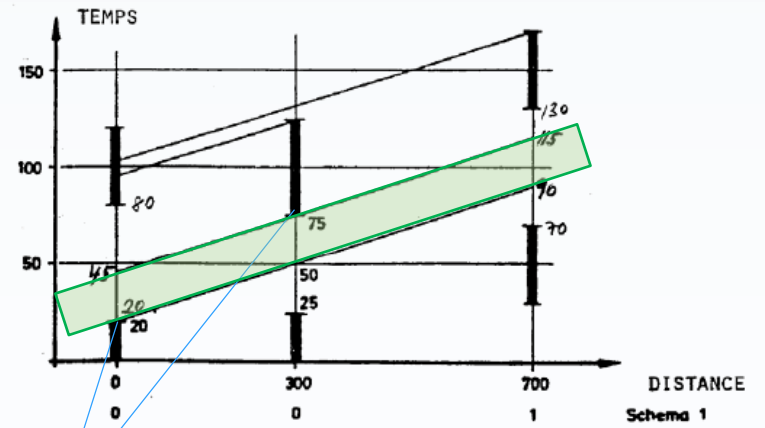
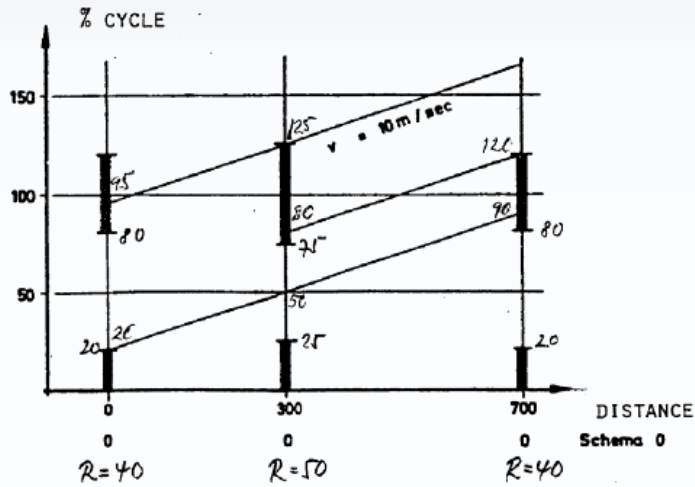
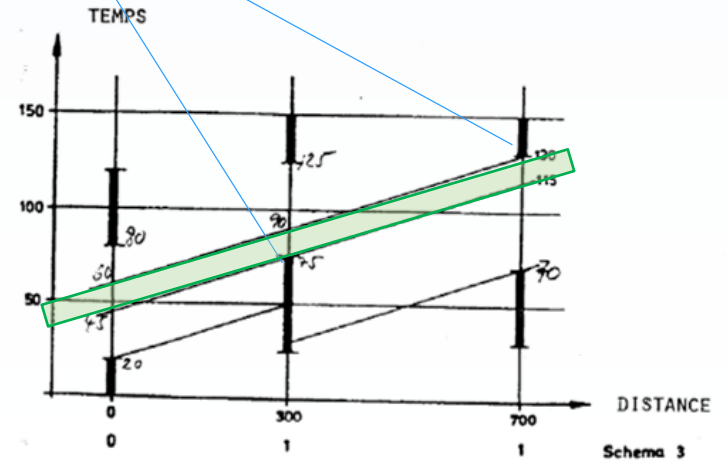
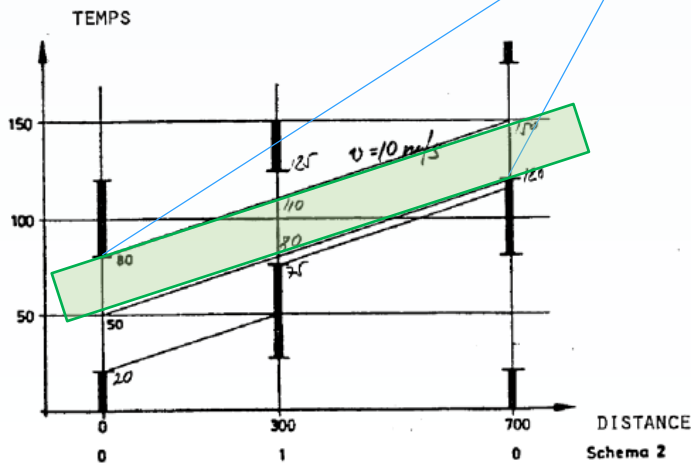


Schéma 3, $b_{E_3} = 15\%$

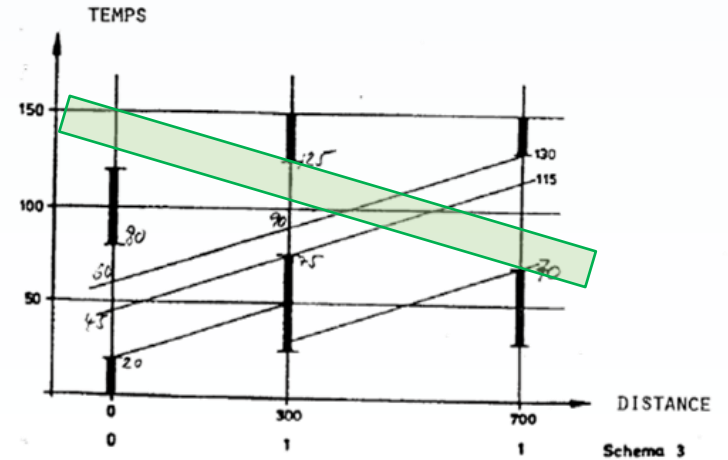
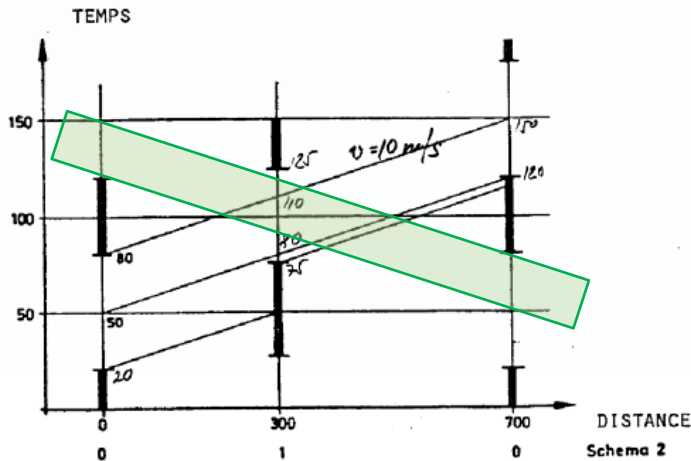
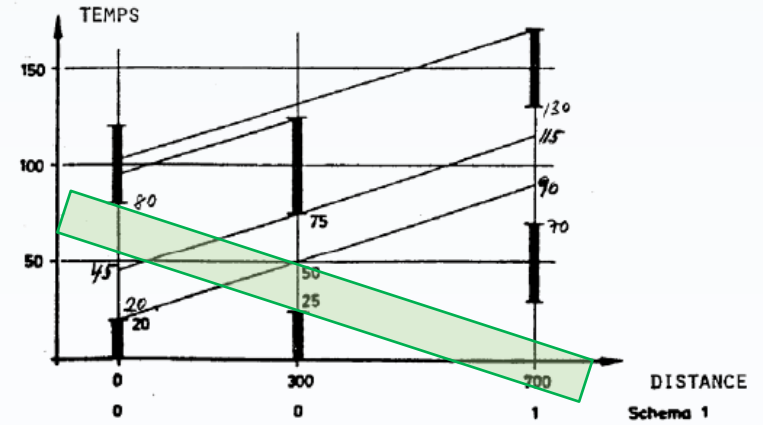
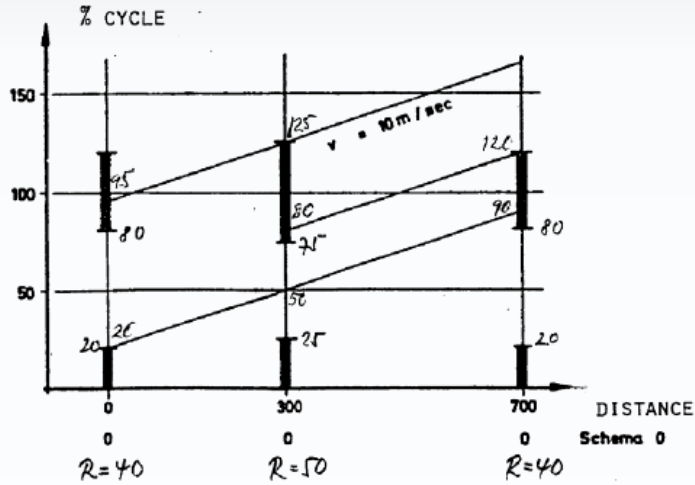




Feux critiques



Réénumérer pour chaque autre direction b_d ...



Choisir le schéma m qui maximise la largeur totale des bandes vertes.

$$Z = \max \left(\left(\sum_{d=1}^k b_d \right)_1, \dots, \left(\sum_{d=1}^k b_d \right)_m \right)$$

Schéma	b_E	b_W	$\sum b_d$
0	0	0	
1	25	25	50
2	30	30	60
3	15	15	30

On peut aussi pondérer la fonction-coût selon des caractéristiques $f(\dots)_d$ des direction:

$$Z = \max \left(\left(\frac{\sum_{d=1}^k b_d \times f(\dots)_d}{\sum_{d=1}^k f(\dots)_d} \right)_1, \dots, (\dots)_m \right)$$

Par exemple, en fonction d'un débit de demande Q_D minimum :

$$Z = \max \left(\left(\frac{\sum_{d=1}^k \min(Q_b, Q_D)}{\sum_{d=1}^k Q_D} \right)_1, \dots, (\dots)_m \right)$$

Ou encore, en minimisant la disparité entre la demande Q_D et la capacité de bande Q_b :

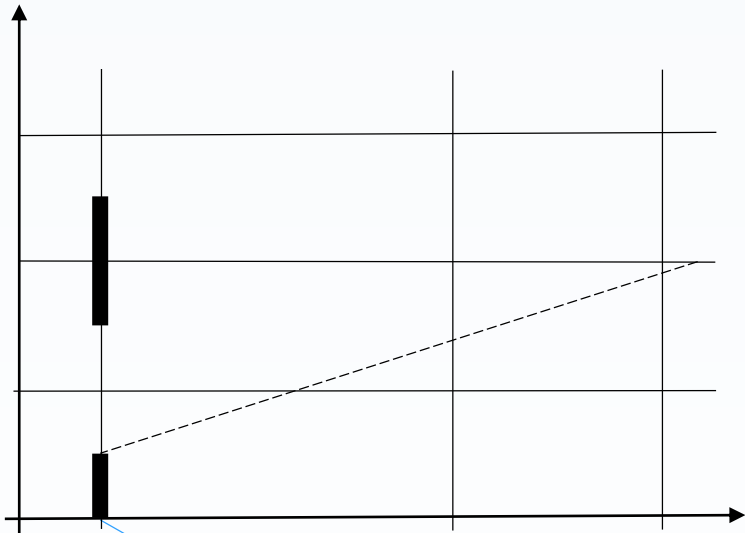
$$Z = \min \left(\left(\sum_{d=1}^k |Q_b - Q_D| \right)_1, \dots, (\dots)_m \right)$$

ALGORITME DE LITTLE (1964)

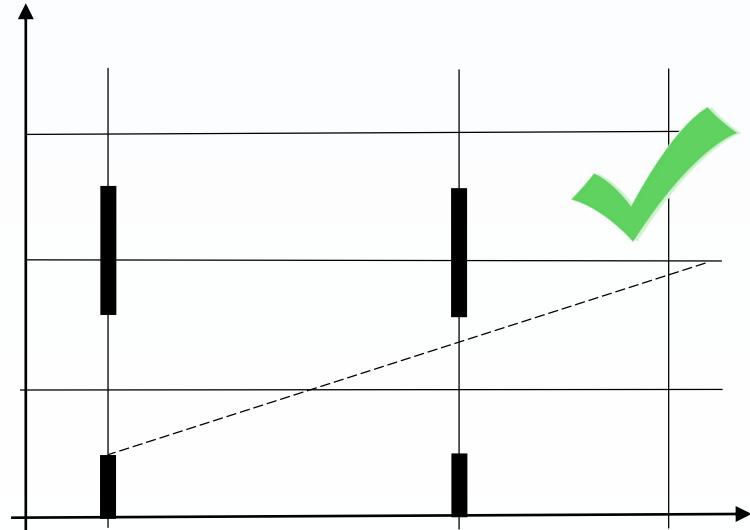
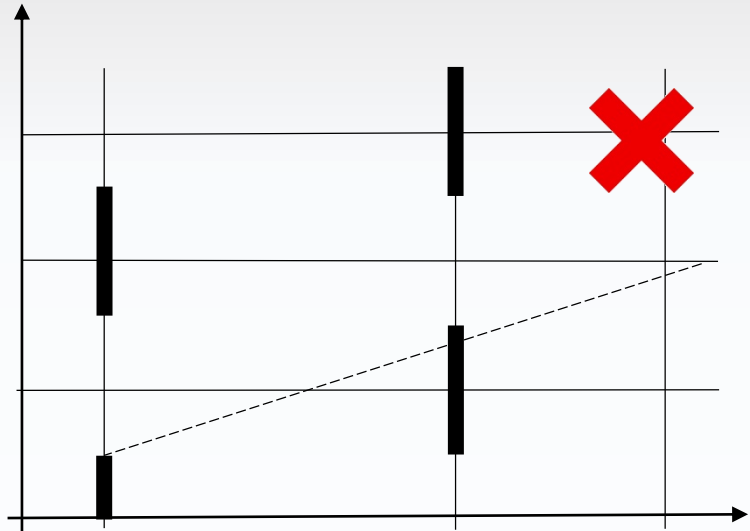
La *méthode branch and bound* permet une recherche accélérée à la méthode d'énumération.

- À tour de rôle, on désigne chaque feu comme un feu critique.
- Les branches de schémas sont éliminés en vérifiant la « collision » entre la phase rouge et la pente de vitesse de coordination à travers la séquence des feux d'une direction (produit un schéma par direction par carrefour).
- Pour chaque feu critique, évaluer la largeur de la bande délimité par le deuxième feu critique.
- Choix du schéma qui optimise la fonction-coût

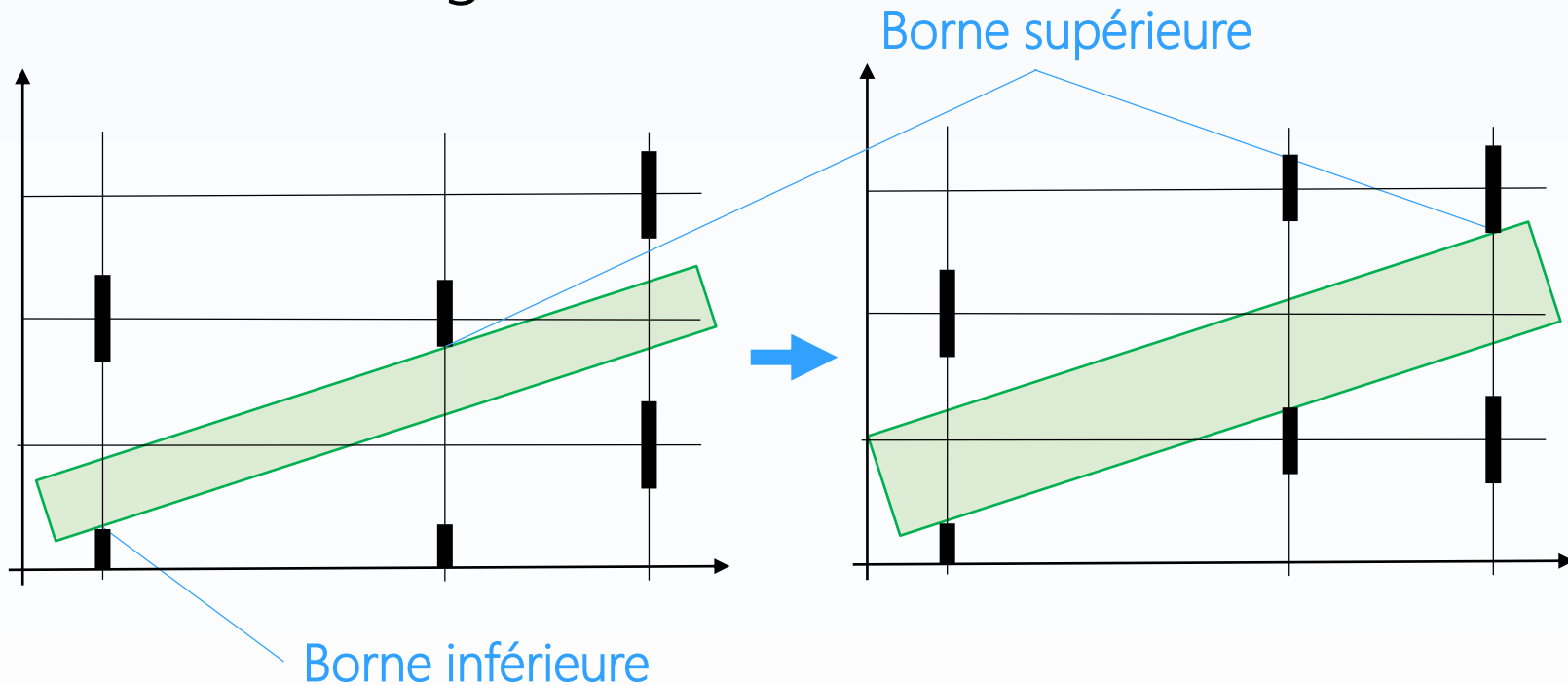
Exemple :



Feu critique/
Borne inférieure

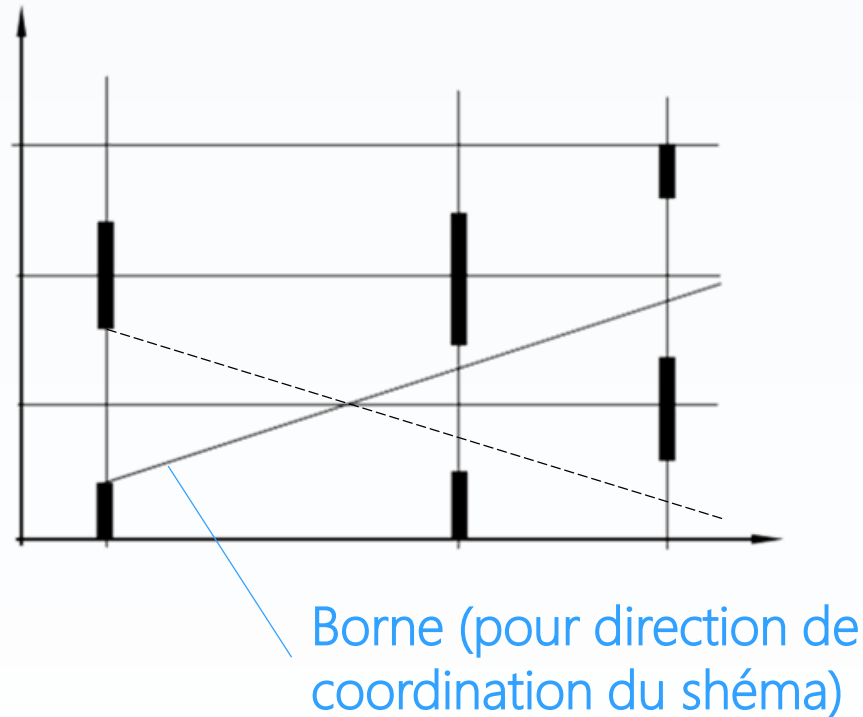


Cette analyse simplifiée pose quelques défis,
notamment si $g/C > 50\%$:



On peut améliorer les résultats en vérifiant les deux états pour les carrefours avec $g/C > 50\%$.

De cette façon, une solution permettant le passage de plusieurs direction peut exister, mais n'est pas garanti.



Cependant, il serait possible d'évaluer les schémas pour chaque direction...

Le nombre de solutions possibles est donc égal au nombre de carrefours à coordonner \times le nombre de schémas de direction.

Nombre de feux	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	n
Solutions énumération	2	4	8	16	32	64	128	256	512	524,288	2^{n-1}
Solutions Little	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	n
Solutions Little, deux directions	4	6	8	10	12	14	16	18	20	40	$2n$
Solutions Little, avec $j\ g/C > 50\%$	$2^{j-1}(n-j)$
Solutions Little, deux directions, avec $j\ g/C > 50\%$	$2^j(n-j)$

La procédure d'évaluation de chaque solution est identique que démontré avec la méthode par énumération.

Adapté au petits réseaux pour une recherche exhaustive.

Adapté au réseaux moyens et grands pour une recherche accéléré et une solution non-optimale est acceptable.

Nombre de feux	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	n
Solutions énumération	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2^n
Solutions Little	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	n
Solutions Little, deux directions	4	6	8	10	12	14	16	18	20	40	$2n$
Solutions Little, avec $j g/C > 50\%$	$2^{j-1}(n-j)$
Solutions Little, deux directions, avec $j g/C > 50\%$	$2^j(n-j)$

Adapté au grands réseaux où une solution optimale est important.

Le nombre de solutions possibles est donc égal au nombre de ordonner \times le nombre de schémas de direction.

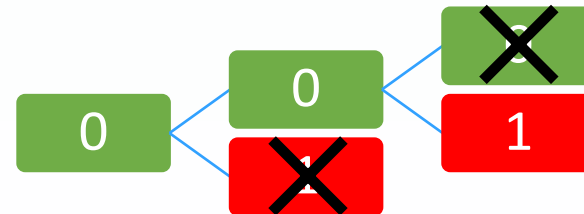
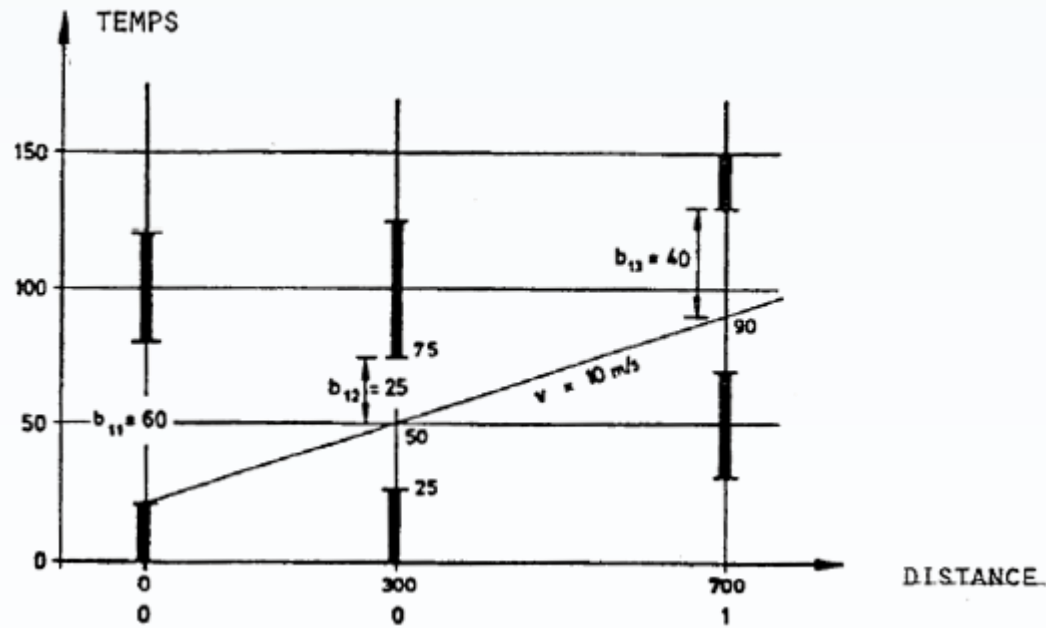
La procédure d'évaluation de chaque solution est identique que démontré avec la méthode par énumération.

EXEMPLE ALGORITME DE LITTLE

(Schémas illustrés pour direction *est* seulement)

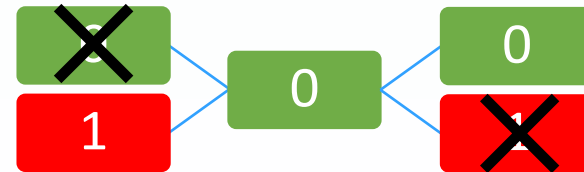
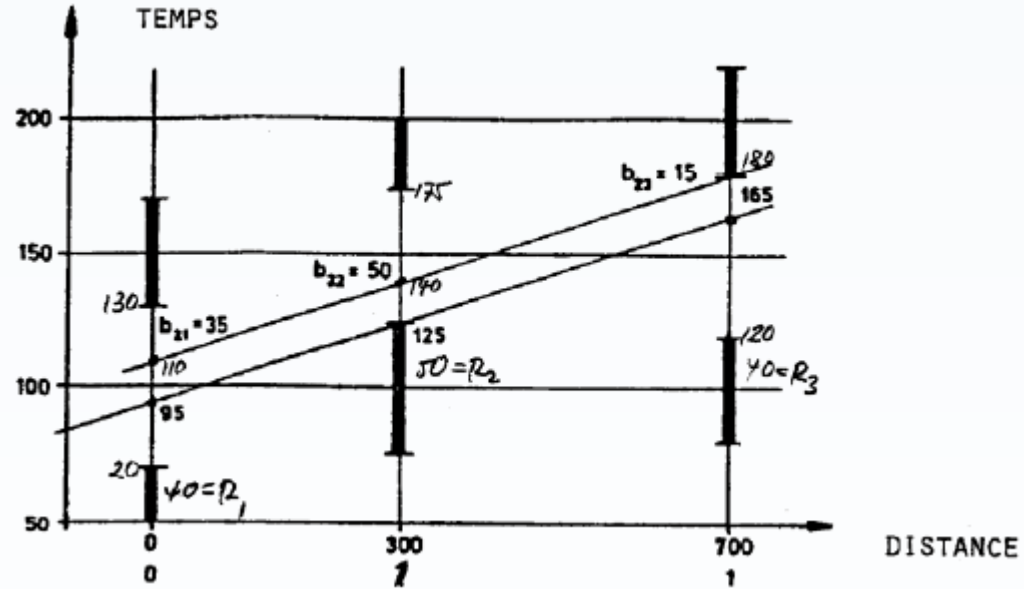
Feu 0 critique:

- Schéma 0-0-1
- $b_{E_0} = \min(60, 25, 40) = 25\%$
- $b_{W_0} = \min(60, 25, 40) = 25\%$



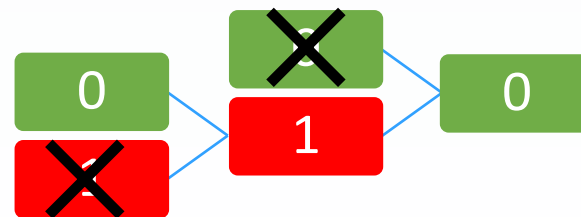
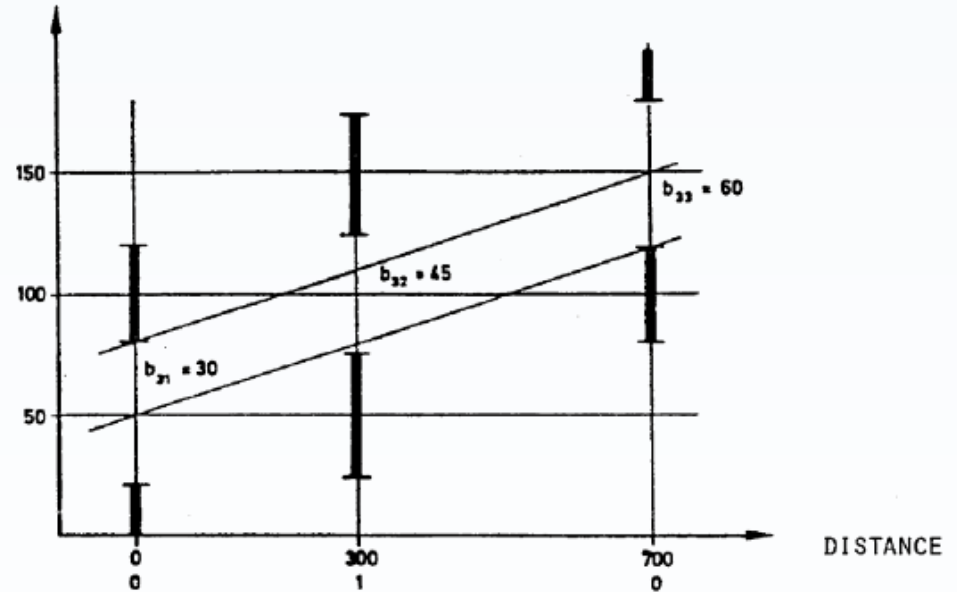
Feu 1 critique:

- Schéma 1-0-0
- $b_{E_1} = \min(35, 50, 15) = 15\%$
- $b_{W_1} = \min(40, 15, 40) = 15\%$



Feu 2 critique:

- Schéma 0-1-0
- $b_{E_2} = \min(30, 45, 60) = 30\%$
- $b_{W_2} = \min(30, 45, 60) = 30\%$



À Partir de la fonction-cout, on choisi le schéma le plus efficace.

$$Z = \max((25 + 25), (15 + 15), (30 + 30))$$

$$Z = \max(50, 30, 60) \rightarrow m = 2$$

On remarque que seulement la direction est de coordination à une solution ($b_d > 0$) garantie.

Raccourci:

if ($b_{d_{1min}} > b_{d_i}$) *then continue;*

ALGORITHME DE BROOKS (1965)

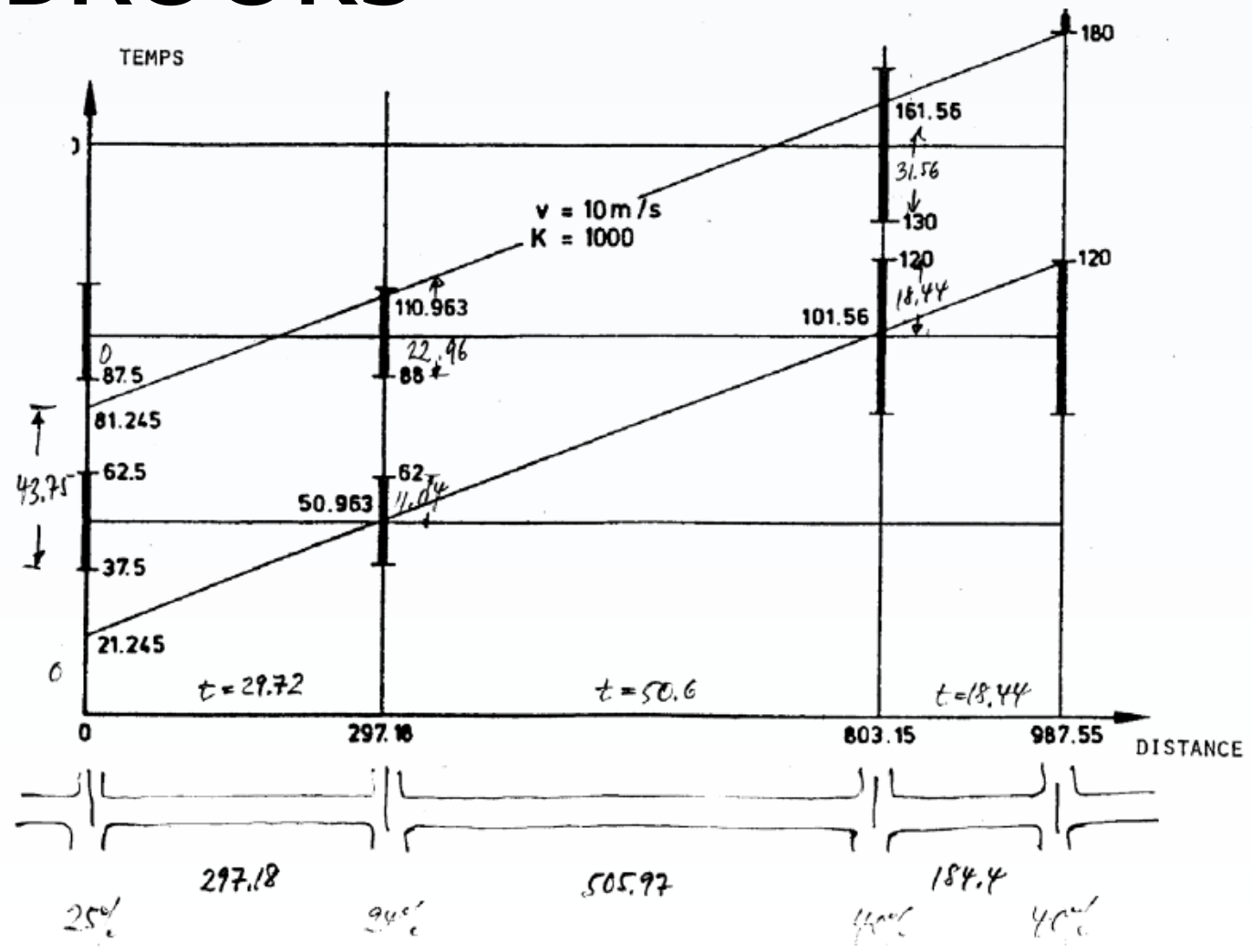
Perfectionnement de l'algorithme de Little.

- Sélection du feu avec $\min(g_i)$
- Faire partir de ce feu une bande de largeur g_i
- Restreindre la bande selon les rouges des autres feux
- Selon les schémas, cette bande *interfère* avec (intersecte) les feux rouges des autres carrefours
- Pour chaque feu, l'état du phasage (0, 1) est déterminé selon l'interférence la plus petite

$$b_{max} \leq \min(g_i)$$

<http://www.ictpa.org/ConAM/24annual/LAProceedings/data/papers/FS4-003.pdf>

EXAMPLE ALGORYTHME DE BROOKS



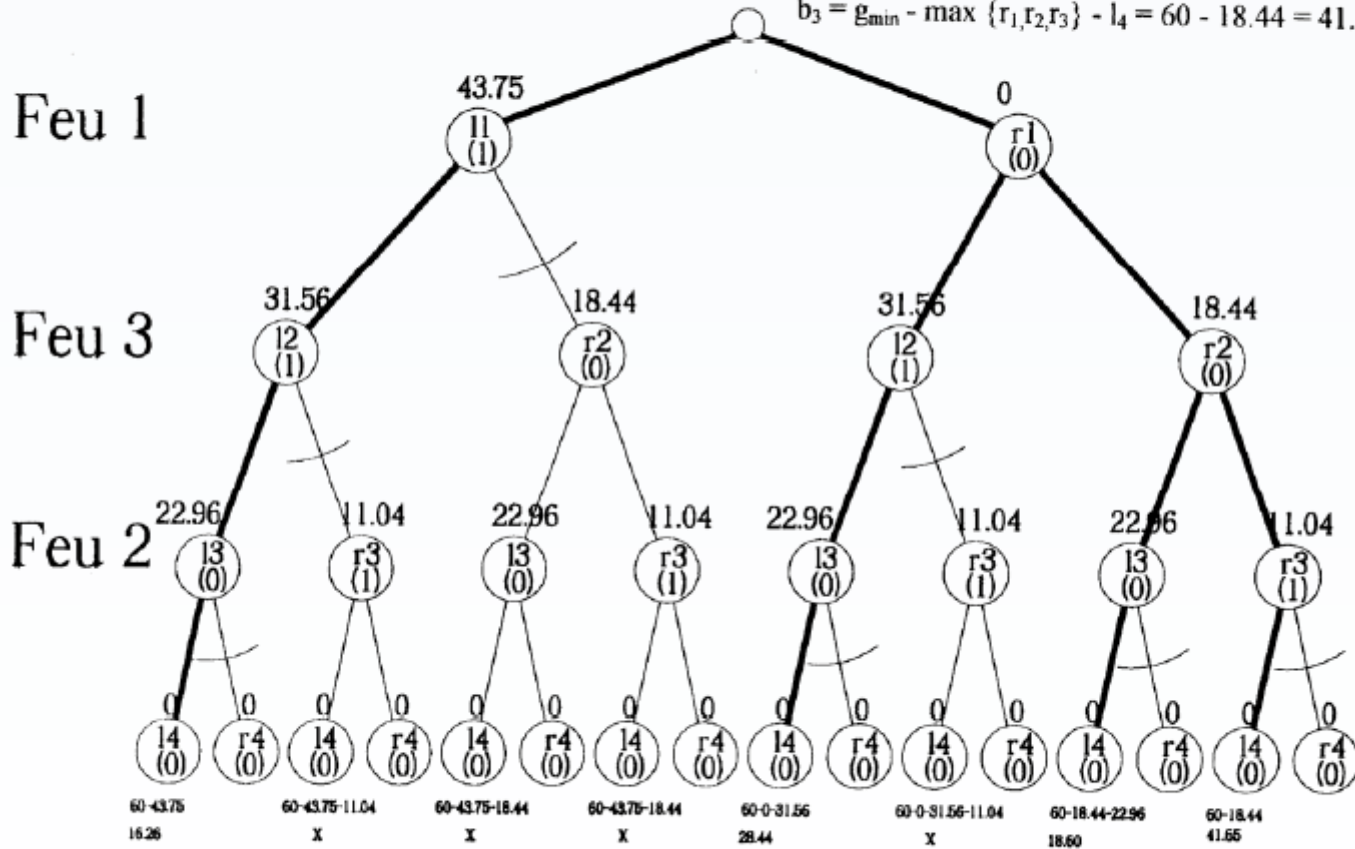
$$b_k = g_{\min} - \max_{j=1,k} \{r_j\} - l_{k+1}$$

$$b_0 = g_{\min} - 0 - l_1 = 60 - 43.75 = 16.26$$

$$b_1 = g_{\min} - \max \{r_1\} - l_2 = 60 - 0 - 31.56 = 28.44$$

$$b_2 = g_{\min} - \max \{r_1, r_2\} - l_3 = 60 - 18.44 - 22.96 = 18.60$$

$$b_3 = g_{\min} - \max \{r_1, r_2, r_3\} - l_4 = 60 - 18.44 = 41.65$$



60-43.75
16.26

60-43.75-11.04
X

60-43.75-18.44
X

60-43.75-18.44
X

60-0-31.56
28.44

60-0-31.56-11.04
X

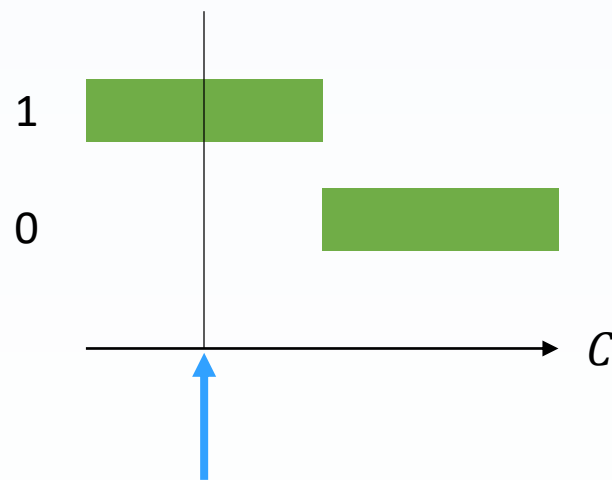
60-18.44-22.96
18.60

60-18.44
41.65

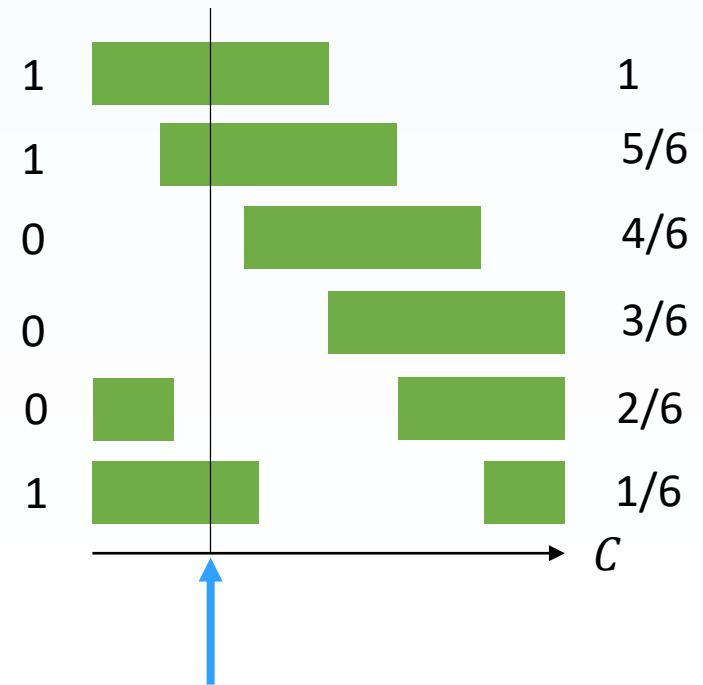
décalage {0,1,0,0}
Schema 4

GÉNÉRALISATION DE LA SIMPLIFICATION BINAIRE

On augmente l'échantillonnage de l'état de phasage.



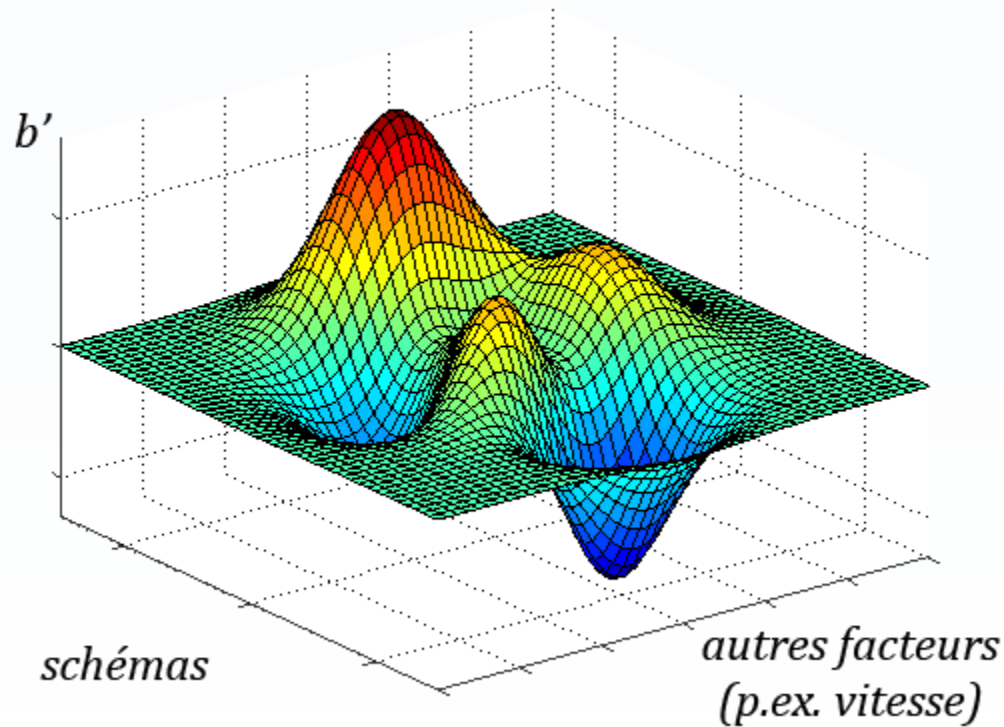
2^{n-1} schémas



6^{n-1} schémas

SOLUTION NUMÉRIQUE

Problème d'optimisation (recherche de maximum)
général.



ALGORITHME GÉNÉTIQUE

Initialisation:

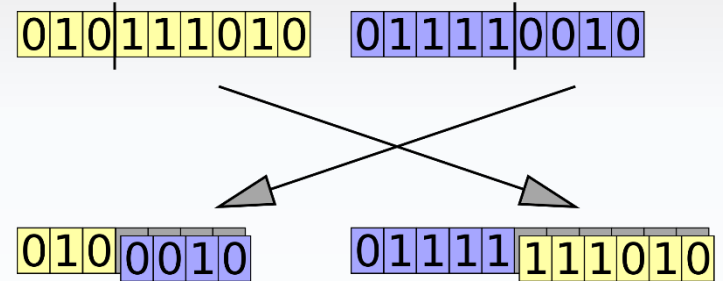
- Un certain nombre de schémas g (p.ex. schéma pour neuf carrefours codifié **010111010**) sont choisis aléatoirement

Sélection:

- Le cout b' est évalué pour chaque schéma
- Une proportion p des schémas g maximisant la fonction cout est retenu pour la prochaine étape de sélection
- Le reste des schémas $(1 - p)$ sont remplacés avec un certain nombre de:
 - Recombinaisons
 - Mutations
 - Réinitialisation (quelques nouveaux schémas choisis aléatoirement)

Recombinaison:

- Échange d'information retenue par les p meilleurs schémas.



Mutations:

- Parmi les p meilleurs schémas, quelques espèces sont recopiés complètement sauf pour une ou deux bits d'information choisis aléatoirement.
- Possible de modifier les espèces originaux.

Nouveaux schémas choisis aléatoirement pour le reste.

Retour à l'étape de sélection.

Ce processus continue jusqu'à convergence d'une solution optimal (b' le plus élevé).

PROGRAMMATION LINÉAIRE

Il est avantageux d'implémenter la programmation linéaire si on veut faire intervenir des variables (p.ex. des vitesses variables, files d'attente).

- w_i, \bar{w}_i = temps entre coté droit (gauche) du rouge au feu s_i jusqu'à la limite gauche (droite) de l'onde montante (descendante). En fraction de cycle
- $\phi_i, \bar{\phi}_i$ = temps entre le centre d'un rouge montant à s_i jusqu'au centre du rouge montant à s_{i+1}
- t_i, \bar{t}_i = temps de parcours

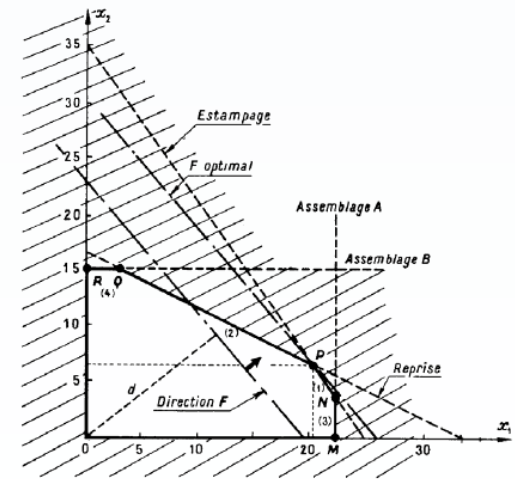


FIG. 13-1. — Les valeurs portées sur les axes représentent 1 000 unités.

Trouver : b, w_i, \bar{w}_i

- Fonction cout :

$$Z = \max(b)$$

- Contrainte de bande :

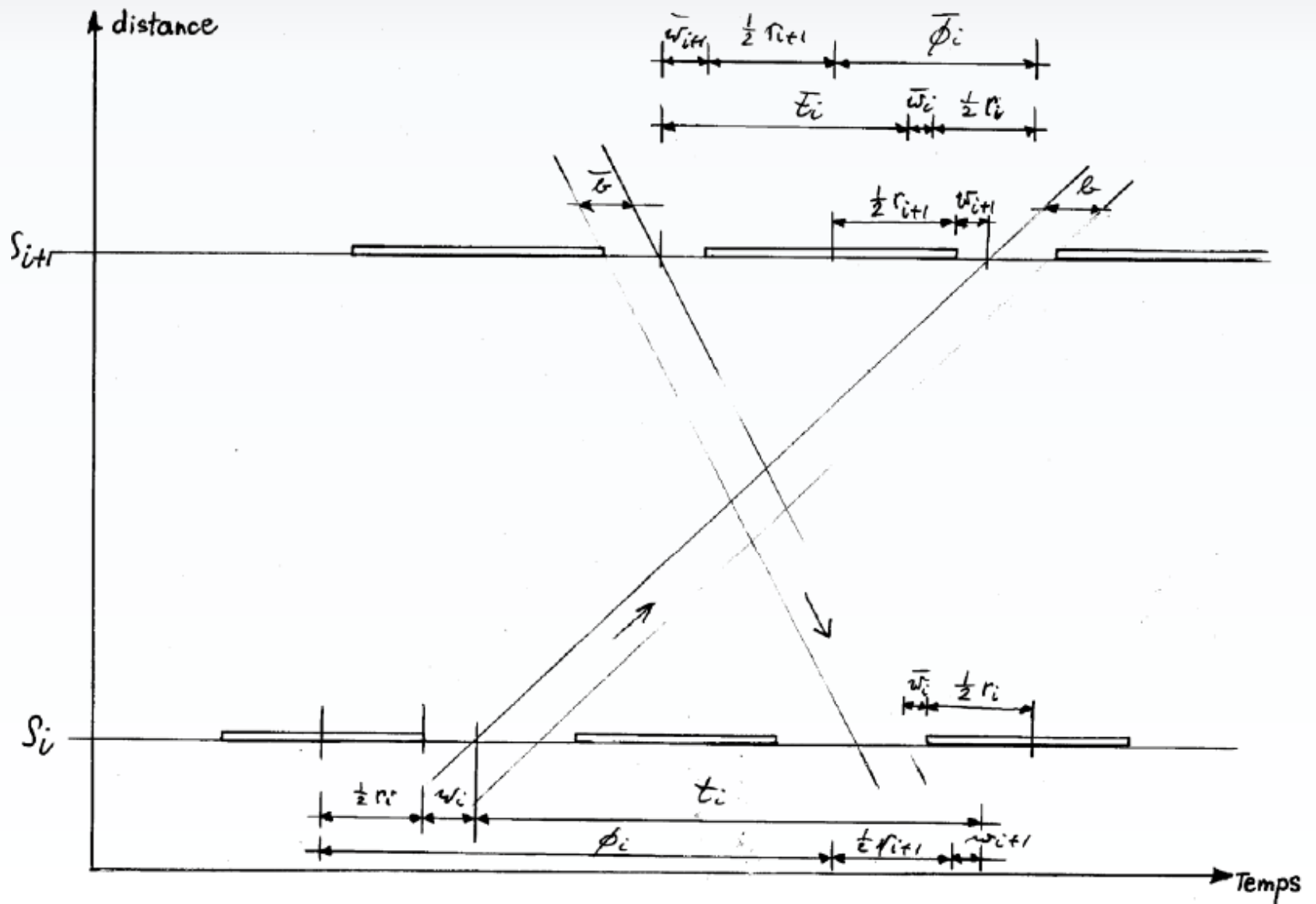
$$w_i + b \leq 1 - r_i$$

- Contrainte géométrique :

$$\begin{aligned} (w_i + \bar{w}_i) - (w_{i+1} + \bar{w}_{i+1}) + (t_i + \bar{t}_i) \\ = (\phi_i + \bar{\phi}_i) - (r_i - r_{i+1}) \end{aligned}$$

- Contrainte réelle :

$$b, w_i, \bar{w}_i \geq 0$$



MÉTHODE MULTIBAND

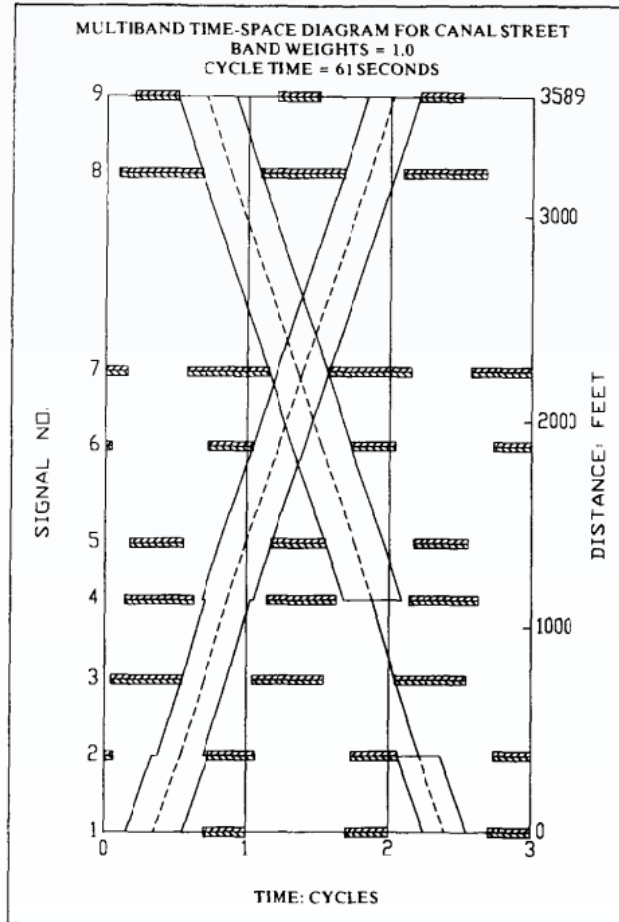


Fig. 7. Multiband time-space diagram for Canal Street; band weights = 1.0.

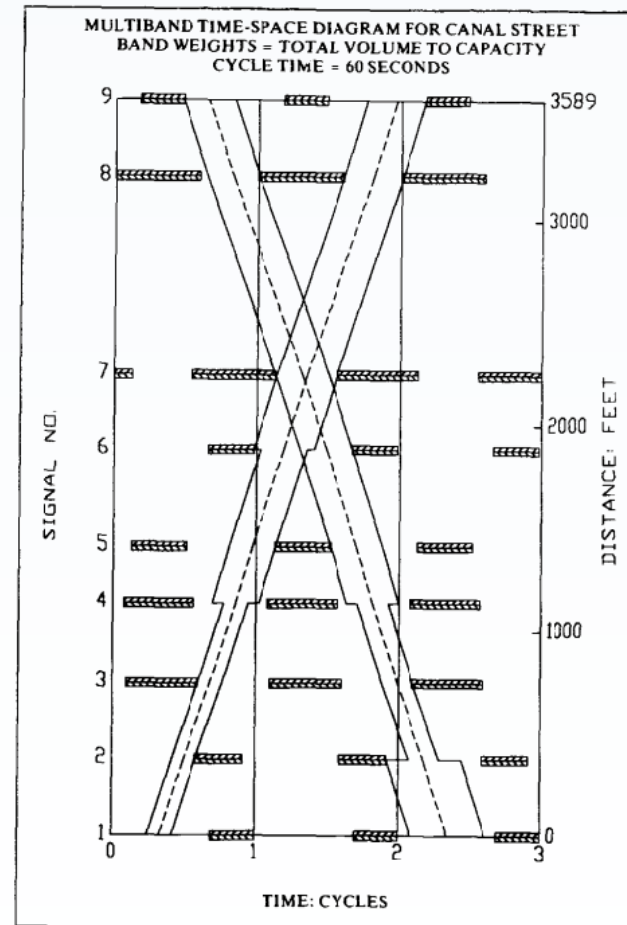


Fig. 8. Multiband time-space diagram for Canal Street; band weights = total volume to capacity.

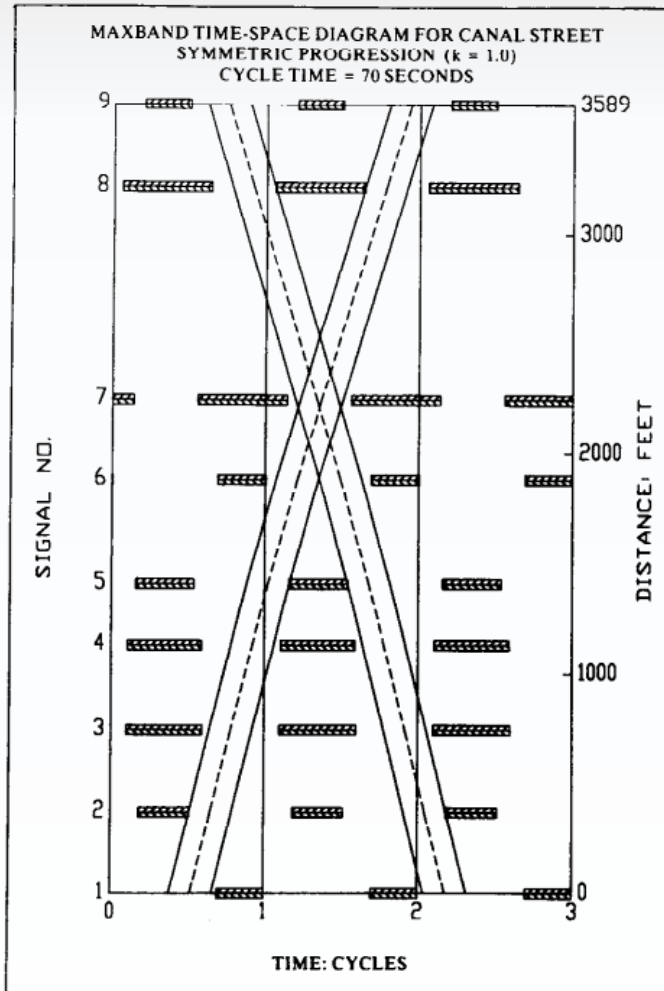


Fig. 5. Maxband time-space diagram for Canal Street; symmetric progression ($k = 1.0$).

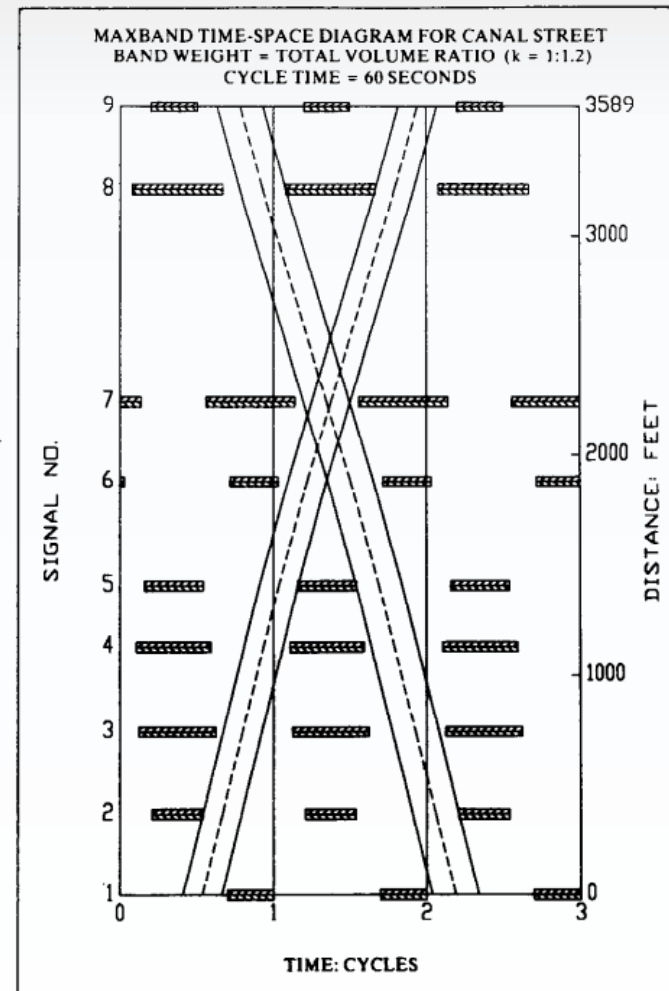
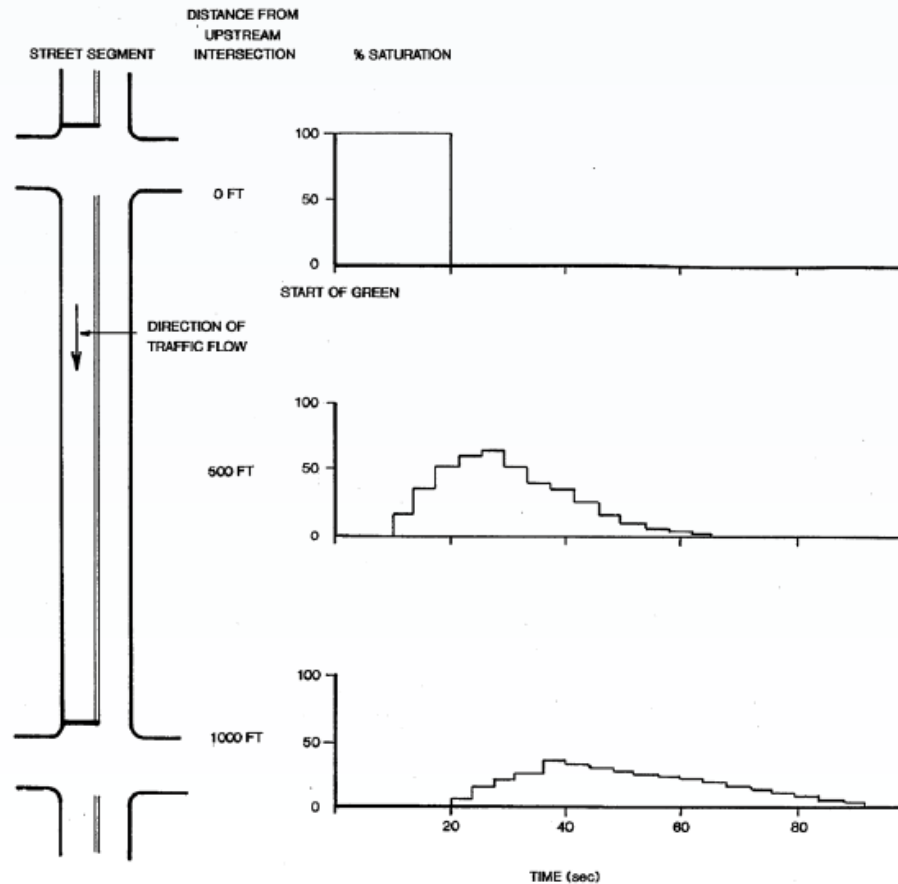


Fig. 6. Maxband time-space diagram for Canal Street; band weight = Total Volume Ratio ($k = 1:1.2$).

<http://greenwaves.googlecode.com/svn/trunk/articles/9.pdf>

AUTRES CONSIDERATIONS

Un peloton à tendance à s'étendre selon la distance.



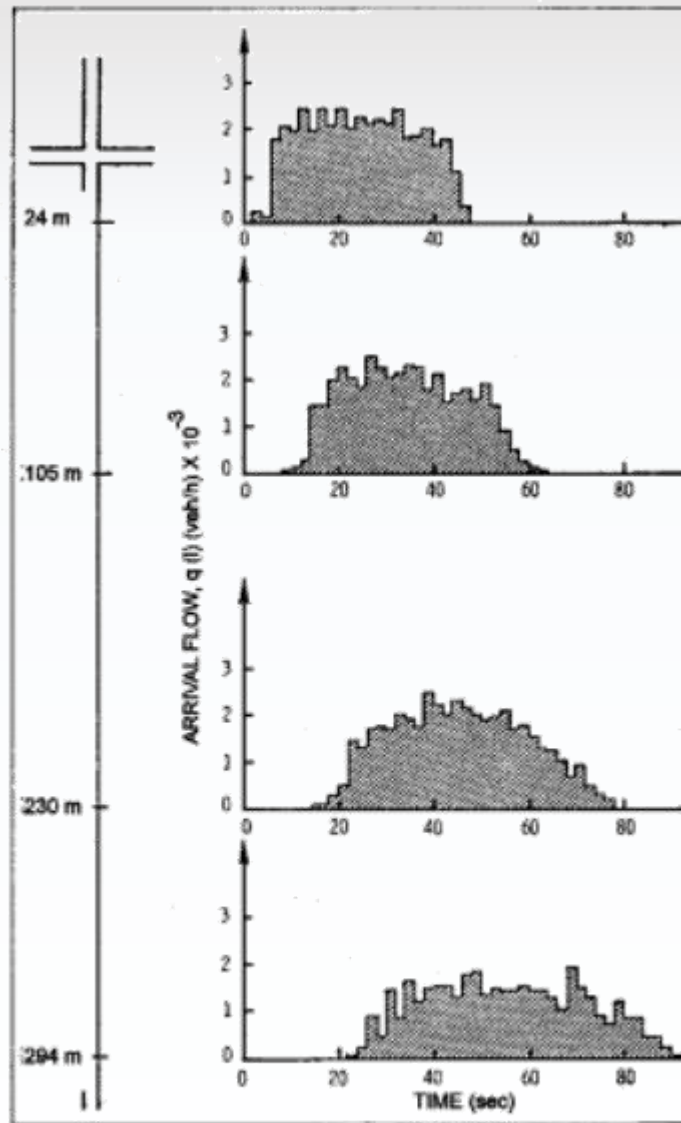


Figure 9.8
Observations of Platoon Diffusion
 by Hillier and Rothery (1967).

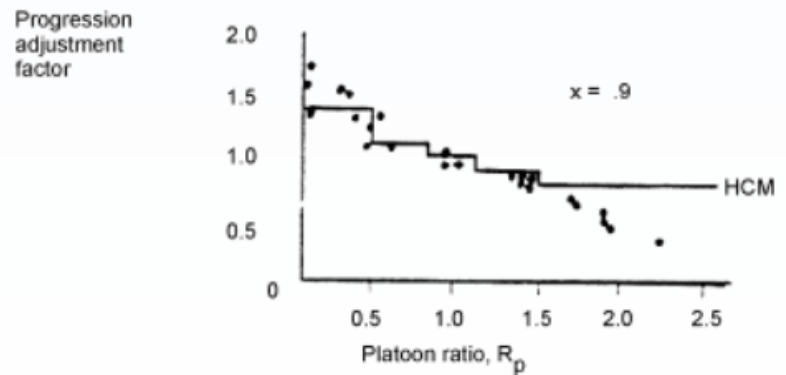
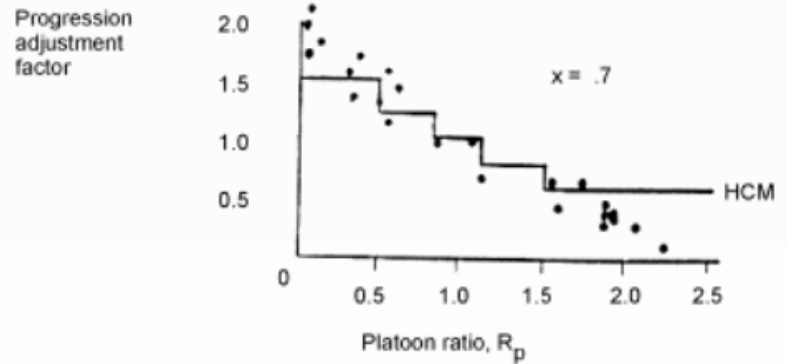
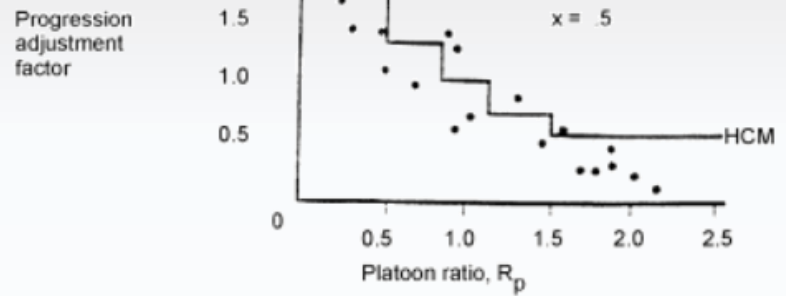
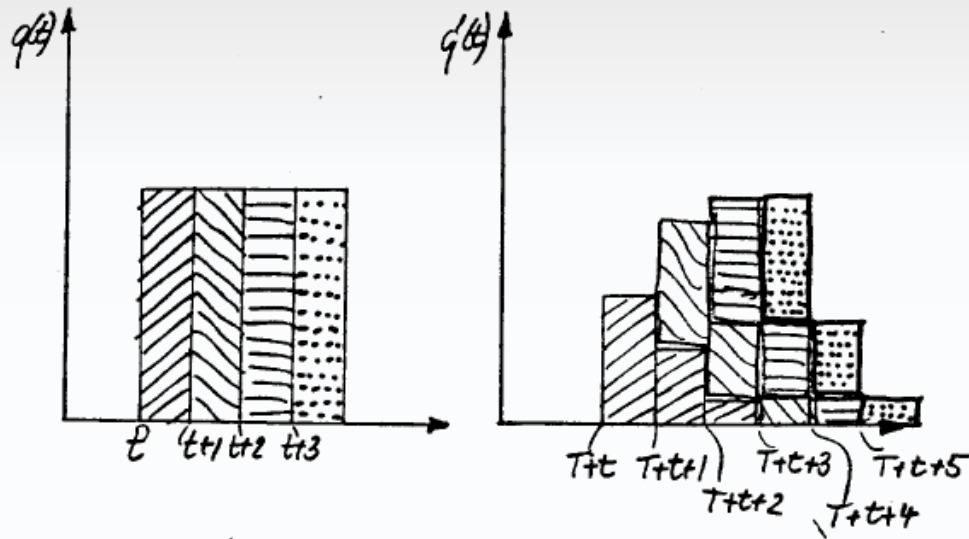


Figure 9.9
HCM Progression Adjustment Factor vs Platoon Ratio
 Derived from TRANSYT-7F (Courage et al. 1988).

<https://www.fhwa.dot.gov/publications/research/operations/tft/chap9.pdf>

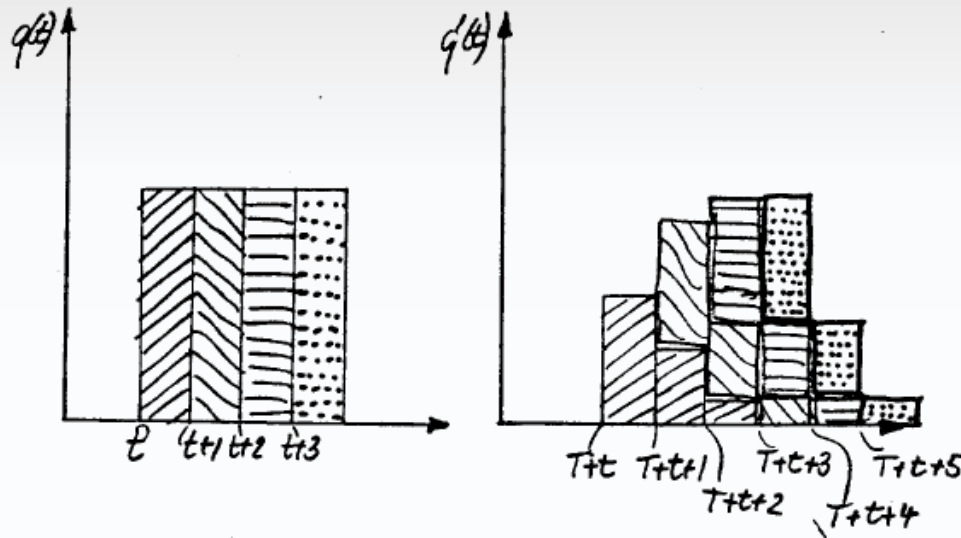


Temps de parcours du premier véhicule :

$$T = \frac{d_{\text{parcours}}}{v_1}$$

Temps de parcours moyen :

$$\bar{t} = \frac{d_{\text{parcours}}}{\bar{v}}$$



$$\begin{aligned}
 Q'(T+t) &= \alpha Q(t) \\
 Q'(T+t+1) &= (1-\alpha)\beta Q(t) \\
 Q'(T+t+2) &= (1-\alpha)(1-\beta)\gamma Q(t) \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

α, β, γ sont des paramètres empirique. Avec simplification: $\alpha = \beta = \gamma = p$

$$Q'(T+t+i) = (1-p)^i p Q(t)$$

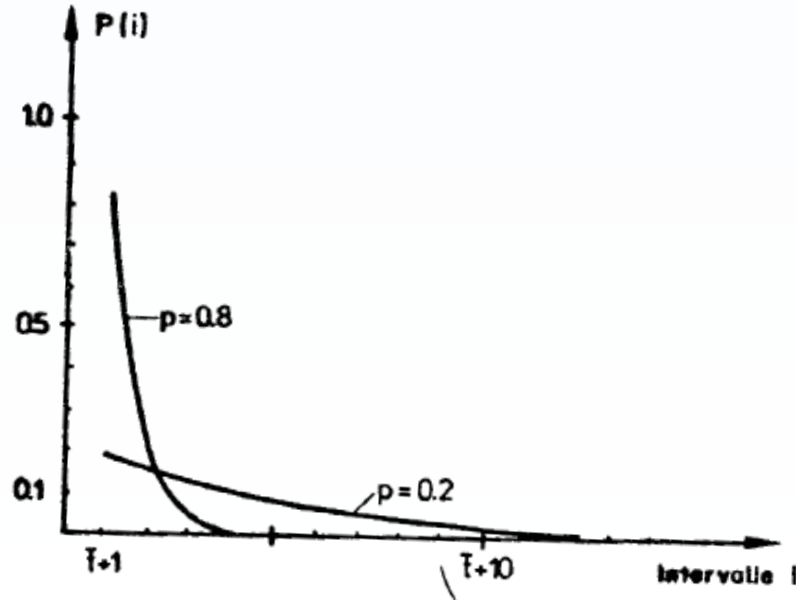
Modele probabiliste :

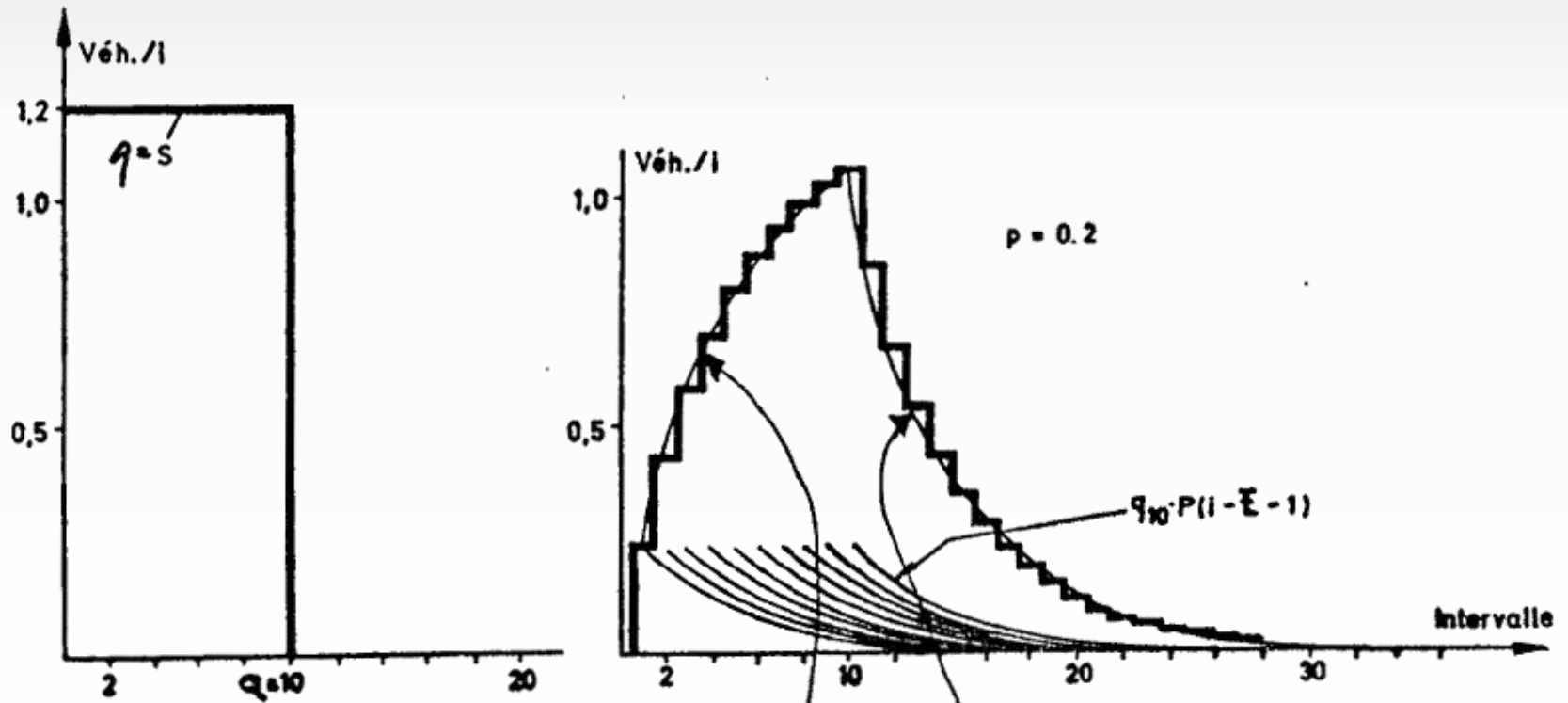
- Probabilité qu'un véhicule partant à t arrive dans l'intervalle $(T + t)$:

$$P(T + t) = p$$

⋮

$$P(T + t + i) = (1 - p)^i p$$

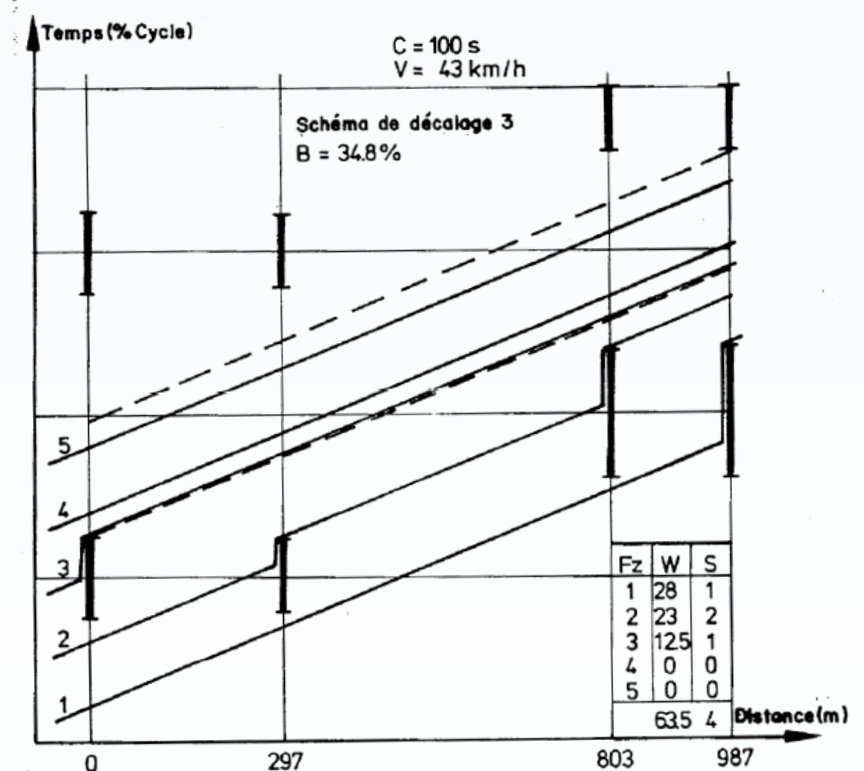
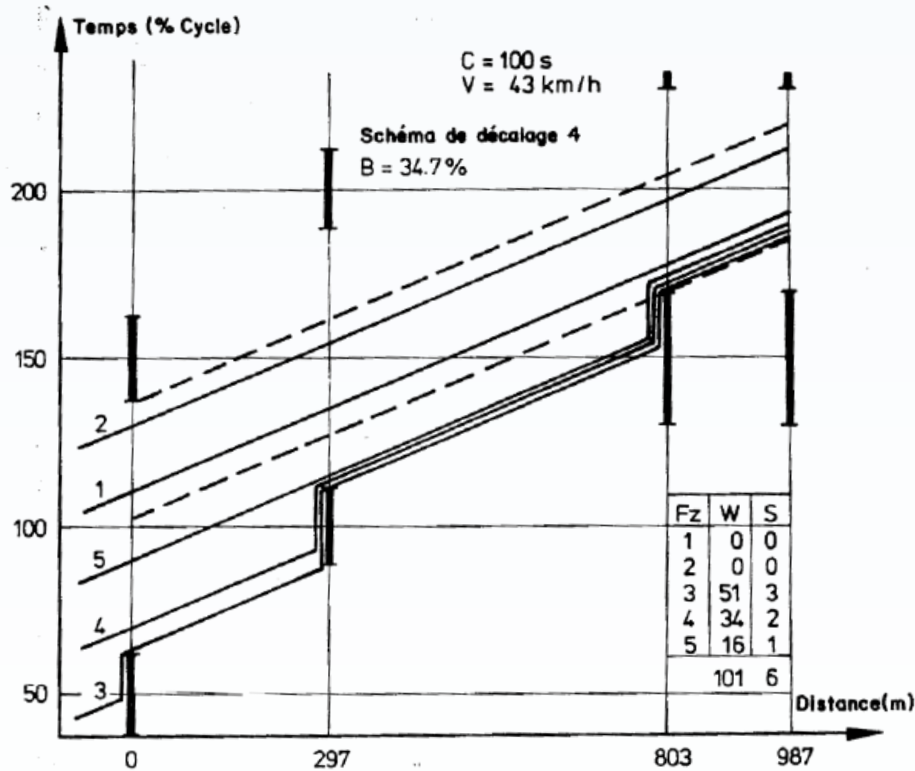




et

$$\begin{aligned}
 q_1' &= q_1 p \\
 q_2' &= q_1 p (1-p) + q_2 p \\
 &\vdots \\
 q_i' &= q (1 - (1-p)^i) \quad \text{jusqu'à } i=a \\
 q_i' &= q (1-p)^i \left(\frac{1}{(1-p)^a} - 1 \right)
 \end{aligned}$$

Largeur de la bande n'est pas la seule indication d'efficacité



Retards: 101 %C

63.5 %C

Arrêts: 6

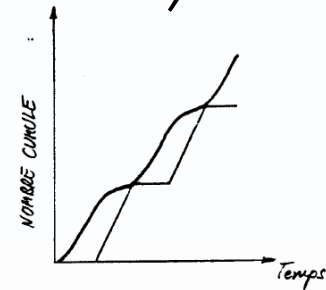
4

Soit un nouveau type de fonction cout pour choix de schéma :

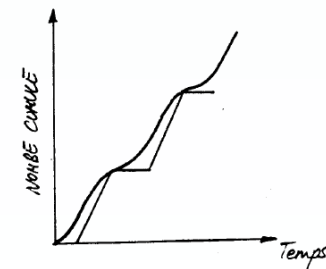
$$Z = \min \left(\left(\sum_{d=1}^k \text{delais}_d \right)_1, \dots, (\dots)_m \right)$$

Cette fonction cout est particulièrement utile pour :

- les bandes presque saturées
- file d'attente formé par une mauvaise progression

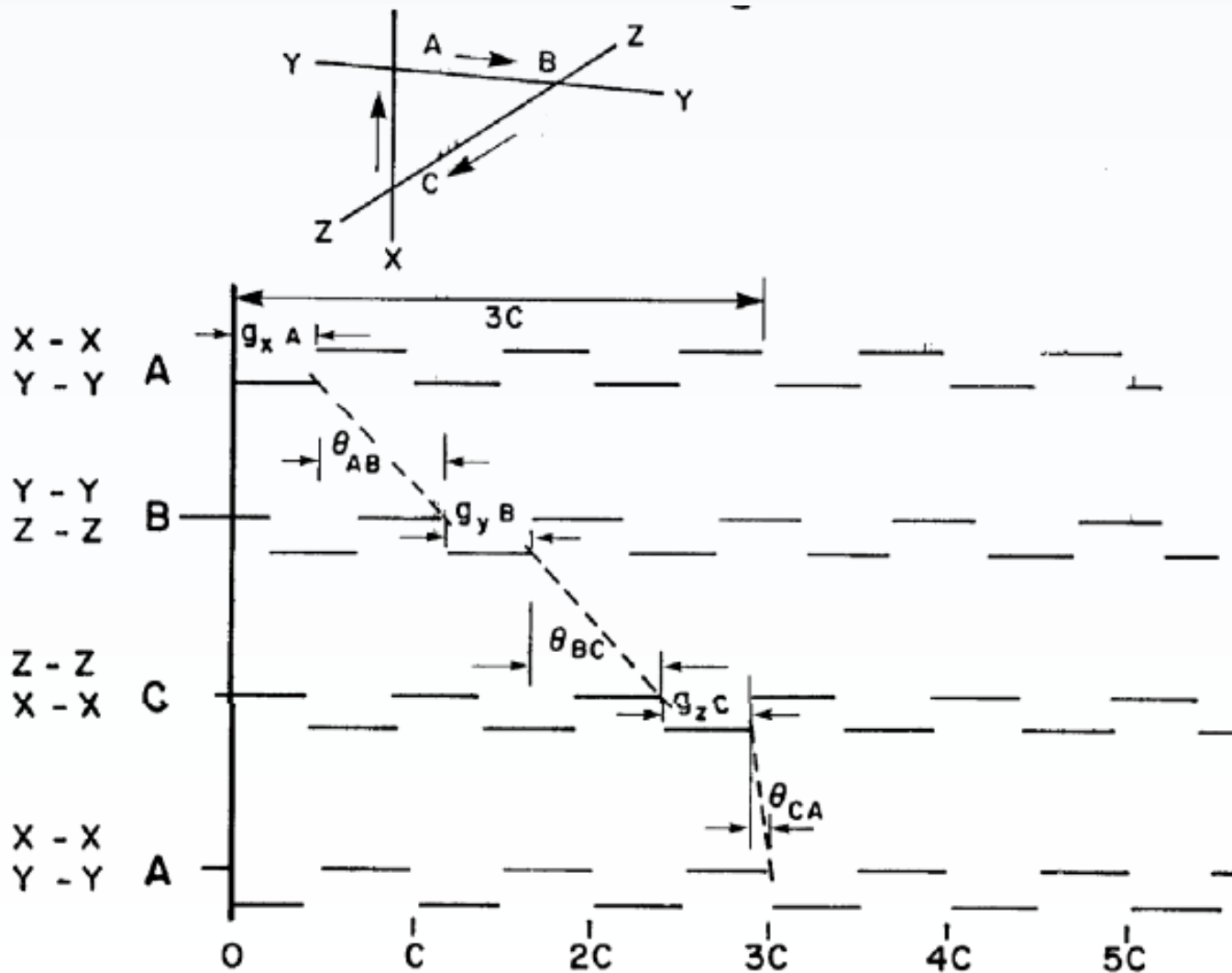


0 MAXIMISE LES RETARDS ET LES QUEUES



0 MINIMISE LES RETARDS ET LES QUEUES

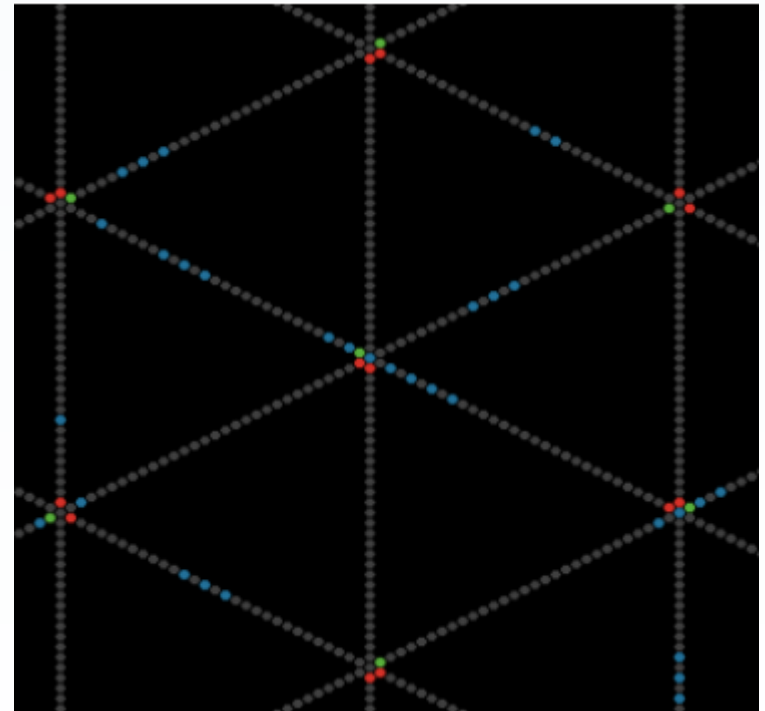
Les réseaux fermés ont la contrainte additionnel d'être en « circuit »



CARREFOURS COMPLEXES

Méthode auto-optimisation :

- Comptage des tailles et formes de pelotons avec feux adaptatifs à une certaine distance en amont (pas de bande verte)



<http://arxiv.org/pdf/1104.2829.pdf>

LOGICIELS

Il existe plusieurs logiciels qui peuvent être utilisés pour trouver (ou assister à la recherche) des solutions optimales.

- Synchro, VISTRO (spécialisé pour les plans de phase)
- VISSIM (spécialisé pour les comportements microscopiques)

Outil d'enseignement :

- TimeSpace Diagram Simulation Prototype (gratuit <https://www.cs.umd.edu/hcil/highway/>)

C'est tout pour aujourd'hui!